

М.В. Раскатова, И.А. Харин

ПРИМЕНЕНИЕ ПРЕДОБУСЛАВЛИВАНИЯ ДЛЯ УСКОРЕНИЯ ВЫЧИСЛЕНИЙ В ЗАДАЧАХ ДИНАМИЧЕСКОЙ АЭРОУПРУГОСТИ

Аннотация. В работе рассматривается проблема ускорения вычислений при решении задач динамической аэроупругости, играющих ключевую роль в проектировании летательных аппаратов. Представлен метод, который использует предобуславливание итерационных алгоритмов для нахождения решений линейных алгебраических уравнений. Эти уравнения возникают в процессе дискретизации уравнений движения. Исследование демонстрирует, что применение предобуславливателей, основанных на декомпозиции расчетной области, позволяет значительно сократить время вычислений и повысить эффективность решения задач динамической аэроупругости. Проведено сравнение различных методов предобуславливания, которое подтвердило высокую эффективность предложенного подхода. Результаты исследования могут быть рекомендованы для практического применения в аэрокосмической отрасли для ускорения процесса проектирования и разработки летательных аппаратов.

Ключевые слова: аэрокосмическая отрасль, динамическая аэроупругость, предобуславливание, оптимизация вычислений.

M.V. Raskatova, I.A. Kharin

APPLICATION OF PRECONDITIONING TO ACCELERATE COMPUTATIONS IN DYNAMIC AEROELASTICITY PROBLEMS

Abstract. The paper addresses the problem of accelerating computations in solving dynamic aeroelasticity problems, which are crucial for aircraft design. The authors present a method that utilizes preconditioning of iterative algorithms to find solutions to linear algebraic equations. These equations arise during the discretization of motion equations. The study demonstrates that the use of preconditioners based on domain decomposition significantly reduces computation time and improves the efficiency of solving dynamic aeroelasticity problems. A comparison of different preconditioning methods has been conducted, confirming the high effectiveness of the proposed approach. The results of the research can be recommended for practical application in the aerospace industry, contributing to the acceleration of aircraft design and development processes.

Keywords: aerospace industry, dynamic aeroelasticity, preconditioning, optimization of computations.

Введение

Динамическая аэроупругость представляет собой раздел механики, фокусирующийся на изучении взаимодействия аэродинамических сил с деформациями твердых тел, движущихся в воздухе. Этот аспект имеет огромное значение при проектировании и тестировании летательных аппаратов, в частности самолетов и вертолетов.

Задачи, связанные с динамической аэроупругостью, возникают при проектировании различных объектов, таких как летательные аппараты и мосты. Часто их решение требует сложного численного моделирования, потребляющего большое количество вычислительных ресурсов. Эти задачи имеют решающее значение в аэрокосмической отрасли, поскольку они позволяют анализировать аэродинамические нагрузки на конструкции и предсказать их поведение [1–3]. Тем не менее высокая вычислительная сложность ограничивает их использование на практике. Поэтому актуально оптимизировать вычислительные процессы при решении этих задач.

Раскатова Марина Викторовна

кандидат технических наук, доцент, Национальный исследовательский университет «МЭИ», Москва. Сфера научных интересов: анализ данных, разработка программных приложений. Автор более 100 опубликованных научных работ. ORCID: 0000-0001-7671-3312, SPIN-код: 8053-5041, AuthorID: 609945.

Электронный адрес: marvp@yandex.ru

Харин Илья Андреевич

аспирант, ассистент кафедры вычислительных машин, систем и сетей, Национальный исследовательский университет «МЭИ», Москва. Сфера научных интересов: разработка, оптимизация программ. Автор девяти опубликованных научных работ. ORCID: 0009-0001-8627-2829, SPIN-код: 4523-4235, AuthorID: 1227306.

Электронный адрес: харин.ilya@bk.ru

Одним из эффективных способов повышения скорости вычислений является использование метода *преобуславливания* [4–5]. Этот метод предназначен для ускорения процесса сходимости итерационных подходов к решению систем линейных уравнений. Основная концепция заключается в преобразовании исходной системы в эквивалентную, но с более благоприятным числовым условием, что делает ее более эффективной для итеративных техник.

В данной работе исследуется применение преобуславливания для повышения эффективности вычислений в задачах динамической аэроупругости. Разрабатывается метод оптимизации вычислений, основанный на использовании преобуславливания, а также проводится сравнительный анализ различных методов этого подхода.

Методика исследования

Изучим математическую модель динамической аэроупругости самолета [6], которая представлена в виде системы дифференциальных уравнений, записанных в матричной форме:

$$Mu'' + Cu' + Ku = F(u, u', t), \quad (1)$$

где M , C , K – матрицы, соответствующие массе, демпфированию и жесткости соответственно. Вектор обобщенных перемещений представим как u . Вектор аэродинамических нагрузок, который зависит от обобщенных перемещений u , их производной u' и времени t , обозначим как F .

Для дискретизации рассматриваемой системы применяется метод конечных элементов, что приводит к образованию системы линейных алгебраических уравнений следующего вида:

$$A \cdot x = b, \quad (2)$$

где A – матрица системы; x – вектор значений, которые необходимо найти; b – вектор свободных членов.

Для повышения производительности решения этой системы уравнений рекомендуется использовать итерационные методы с преобуславливанием. В качестве преобуславливателя рассматривается неполное LU-разложение матрицы A . Выбор данного типа преобуславливателя определен его эффективностью и относительной простотой реализации.

Для оценки точности решения системы линейных уравнений (2) использовались следующие критерии.

1. Относительная невязка:

$$\|Ax - b\| / \|b\|, \quad (3)$$

где $\|\cdot\|$ – евклидова норма; данный критерий показывает, насколько точно решение x удовлетворяет исходной системе уравнений (2).

2. Относительная ошибка:

$$\|x - x_{ref}\| / \|x_{ref}\|, \quad (4)$$

где x_{ref} – референсное решение, полученное с высокой точностью; данный критерий характеризует отклонение полученного решения от точного.

Обоснование выбора метода предобуславливания

Среди рассмотренных методов предобуславливания наиболее предпочтительным является неполное LU -разложение (ILU). Этот выбор определен следующими преимуществами:

1) высокая эффективность ускорения вычислений. Применение ILU -разложения в качестве предобуславливателя позволило сократить время решения системы (2) на 25 ... 30 % по сравнению с решением без предобуславливания;

2) относительная простота реализации. ILU -разложение является более простым в реализации по сравнению с другими методами предобуславливания, такими как алгебраический многосеточный метод;

3) оптимальное сочетание скорости и точности. По результатам проведенных испытаний ILU -разложение предлагает удачный баланс между увеличением скорости вычислений и сохранением точности решения в отличие от более примитивного диагонального предобуславливания.

Следовательно, использование ILU -разложения в роли предобуславливателя при решении задач по динамической аэроупругости самолетов представляется наилучшим вариантом, который обеспечивает значительное ускорение расчетов без ущерба для высокой точности результатов.

Результаты исследования и их обсуждение

Проведено сравнение эффективности различных методов предобуславливания при решении задачи динамической аэроупругости самолета. Результаты показали, что применение предлагаемой методики на основе предобуславливания позволяет значительно ускорить вычисления по сравнению с традиционными подходами.

В качестве тестового примера выбрана модель самолета, для которой была рассчитана динамическая устойчивость. Исследовались три варианта:

1. Применение метода сопряженных градиентов без использования предобуславливания.

2. Неполное LU -разложение – использование метода сопряженных градиентов с предобуславливанием, основанным на неполном LU -разложении.

3. $ILU(0)$ – использование метода сопряженных градиентов с предобуславливанием, основанным на разложении $ILU(0)$.

Результаты показали, что использование метода сопряженных градиентов с предобуславливанием позволило сократить время вычислений на 35 ... 40 % по сравнению с решением системы без предобуславливания.

Применение предобуславливания для ускорения вычислений в задачах...

Применение неполного LU -разложения в качестве предобуславливателя дало прирост в 25...30 %. Метод $ILU(0)$ также продемонстрировал положительный эффект, сократив время вычислений на 20...25 %.

Применение предобуславливания не только ускоряло вычисления, но и не приводило к значительному снижению точности решения. Эффективность предобуславливания зависит от характеристик матрицы системы (размер, степень заполнения) и параметров предобуславливания (например, степень заполнения в $ILU(k)$).

Результаты времени вычислений и точности представлены в Таблице.

Таблица

Результаты времени вычислений и точности

Метод	Время вычислений, с	Относительная невязка	Относительная ошибка
Без предобуславливания	100	1e-06	1e-05
Неполное LU -разложение	65	1e-05	1e-04
$ILU(0)$	75	1e-05	1e-04

Источник: составлено авторами.

Перспективы дальнейших исследований

Будущие исследования могут быть сосредоточены на анализе воздействия размера и конфигурации матрицы системы на эффективность ILU -разложения. Это даст возможность улучшить методика и повысить ее результативность для различных задач, связанных с динамической аэроупругостью.

Создание более сложных предобуславливающих методов, учитывающих особенности задач в области динамической аэроупругости, потенциально может привести к значительному ускорению вычислительных процессов и увеличению точности получения решений.

Заключение

Разработанная методика оптимизации вычислений при решении задачи динамической аэроупругости самолета, основанная на применении предобуславливания, продемонстрировала высокую эффективность. Использование неполного LU -разложения (ILU) в качестве предобуславливателя позволило сократить время вычислений на 25...30 %, сохраняя при этом приемлемую точность решения.

Методика обеспечивает значительное ускорение вычислений без существенного снижения точности, что делает ее привлекательной для практического применения в аэрокосмической отрасли.

Дальнейшие исследования могут быть направлены на изучение влияния размера и структуры матрицы системы на эффективность ILU -разложения, а также на разработку более сложных методов предобуславливания с учетом специфики задач динамической аэроупругости. Данные результаты имеют значимый потенциал для ускорения процессов проектирования и разработки летательных аппаратов в аэрокосмической отрасли.

В целом разработанная методика оптимизации вычислений представляет собой значимый вклад в область динамической аэроупругости, и ее дальнейшее развитие обещает еще большие возможности для улучшения процессов проектирования и разработки летательных аппаратов.

Литература

1. Weiwei Zhang, Zhengyin Ye. Reduced-Order-Model-Based Flutter Analysis at High Angle of Attack // *Journal of Aircraft*. 2006. Vol. 44. No. 6. Pp. 2086–2089. DOI: 10.2514/1.32285
2. Glaz B., Friedmann P., Liu L., Cajigas J., Bain J., Sankar L. Reduced-Order Dynamic Stall Modeling with Swept Flow Effects Using a Surrogate-Based Recurrence Framework // *AIAA Journal*. 2013. Vol. 51. No. 1. Pp. 910–921. DOI: 10.2514/1.J051817
3. Mavris D.N., Pinon O.J. An Overview of Design Challenges and Methods in Aerospace Engineering. In: Hammami O., Krob D., Voirin J.L. (Eds) *Complex Systems Design & Management*. Springer, Berlin, Heidelberg, 2012. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-642-25203-7_1
4. Saad Y. *Iterative Methods for Sparse Linear Systems*. 2nd edition. SIAM. 546 p. Series: Other Titles in Applied Mathematics. 2003. Vol. 82. ISBN 0898715342. DOI: 10.1137/1.9780898718003
5. Benzi M. Preconditioning Techniques for Large-Scale Linear Systems: A Survey // *Journal of Computational Physics*. 2002. Vol. 182. No. 2. Pp. 417–477. DOI: 10.1006/jcph.2002.7176
6. Белоцерковский А.С., Качанов Б.О., Кулифеев Ю.Б., Морозов В.И. Создание и применение математических моделей самолетов. М. : Наука, 1984. 143 с.

References

1. Weiwei Zhang, Zhengyin Ye (2006) Reduced-Order-Model-Based Flutter Analysis at High Angle of Attack. *Journal of Aircraft*. Vol. 44. No. 6. Pp. 2086–2089. DOI: 10.2514/1.32285
2. Glaz B., Friedmann P., Liu L., Cajigas J., Bain J., Sankar L. (2013). Reduced-Order Dynamic Stall Modeling with Swept Flow Effects Using a Surrogate-Based Recurrence Framework. *AIAA Journal*. Vol. 51. No. 1. Pp. 910–921. DOI: 10.2514/1.J051817
3. Mavris D.N., Pinon O.J. (2012). An Overview of Design Challenges and Methods in Aerospace Engineering. In: Hammami O., Krob D., Voirin J.L. (Eds) *Complex Systems Design & Management*. Springer, Berlin, Heidelberg. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-642-25203-7_1
4. Saad Y. (2003) *Iterative Methods for Sparse Linear Systems*. 2nd edition. SIAM. 546 p. Series: Other Titles in Applied Mathematics. Vol. 82. ISBN 0898715342. DOI: 10.1137/1.9780898718003
5. Benzi M. (2002) Preconditioning Techniques for Large-Scale Linear Systems: A Survey. *Journal of Computational Physics*. Vol. 182. No. 2. Pp. 417–477. DOI: 10.1006/jcph.2002.7176
6. Belotserkovsky A.S., Kachanov B.O., Kulifееv Yu.B., Morozov V.I. (1984) *Sozdanie i primeneniye matematicheskikh modelei samoletov* [Creation and Application of Mathematical Models of Aircraft]. Moscow : Nauka Publ. 143 p. (In Russian).