

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

DOI: 10.18137/RNU.V9I187.22.02.P.003

УДК 519.86

Е.С. Чернова, А.О. Леонтьева

---

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФИНАНСИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ ОБРАЗОВАНИЯ В ФОРМЕ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ

---

**Аннотация.** Целью статьи является разработка общей методики расчета оптимального финансирования системы образования. Для реализации поставленной цели были использованы методы теории оптимальных дискретных процессов. Построена модель, где в качестве фазовых переменных рассматривалась численность обучающихся на различных уровнях образования, а в качестве параметров управления – расходы бюджета по статьям. Сформулирован алгоритм решения задачи об оптимальном распределении расходов, который применен на примере как Российской Федерации в целом, так и на уровне отдельного региона – Новосибирской области. Определены статьи расходов федерального и областного бюджетов, в которые рекомендуется внести корректировки.

**Ключевые слова:** система образования, математическая модель, оптимальное управление, бюджет, распределение расходов.

E.S. Chernova, A.O. Leontieva

---

## MATHEMATICAL MODEL OF FINANCING THE EDUCATION SYSTEM IN THE FORM OF OPTIMAL CONTROL PROBLEM AND ITS APPLICATION

---

**Abstract.** The purpose of the article is to develop a general methodology for calculating the optimal financing of the education system. To achieve this goal, methods of optimal discrete processes theory were used: model was built where the number of students at various levels of education was considered as phase variables, and budget expenditures by items were considered as control parameters. Algorithm for solving the problem of the optimal distribution of expenditures is formulated, which is applied on the example of both the Russian Federation as a whole and at the level of a separate region - the Novosibirsk region. The items of expenditure of the federal and regional budgets are identified, in which it is recommended to make adjustments.

**Keywords:** education system, mathematical model, optimal control, budget, distribution of expenses.

### *Введение*

Образование является одной из основ человеческого капитала и играет решающую роль в его формировании. Качественное образование выходит на приоритетный уровень как фактор развития общества, занимающий важное место в инновационной экономике. Однако в системе образования существуют проблемы, которые не позволяют ей работать с максимальной полезностью: неадаптированный переход на европейские стандарты, слабая взаимосвязь между уровнями образования, недостаточное финансирование. Образование – это сфера, где разрабатываются новые подходы к управлению, направленные на повышение социально-экономической эффективности и динамичное развитие. Инстру-

**Чернова Екатерина Сергеевна**

кандидат физико-математических наук, доцент. Кемеровский государственный университет, город Кемерово. Сфера научных интересов: теория оптимальных процессов; теория игр; математическое моделирование социо-эколого-экономических систем. Автор более 30 опубликованных научных работ.

Электронный адрес: elvangie@mail.ru

**Леонтьева Александра Олеговна**

студент 4-го курса. Кемеровский государственный университет, город Кемерово. Сфера научных интересов: теория оптимальных процессов; математическая статистика; математическое моделирование социальных систем. Автор 1 опубликованной научной работы.

Электронный адрес: ktktnrj@mail.ru

ментом для создания таких подходов может стать математическое моделирование, позволяющее разрабатывать количественно обоснованные методы принятия решений.

*Актуальность вопроса разработки математической модели*

С 1960 годов построению математических моделей проблем в сфере образования было посвящено большое количество работ. Условно их можно разбить на две группы:

- микромодели, описывающие образовательный процесс и процессы принятия решения в конкретных учебных заведениях;
- макромодели, разрабатываемые для изучения систем образования в отдельных экономических регионах и государствах.

К первой группе относятся работы, посвященные следующим вопросам: построение задачи оптимизации курса конкретной учебной дисциплины [11]; оптимизация учебного процесса при долгосрочном планировании [8]; определение взаимосвязи дисциплин учебного плана методами математической статистики [8]; вычисление оптимальной образовательной траектории студента при помощи метода динамического программирования [6]; построение комплексных оценок компетентности выпускников вузов [1].

Ко второй группе можно отнести работы, посвященные применению математических и имитационных моделей для исследования систем профессионального образования конкретных регионов (например, [2; 7; 12]), теоретико-игровому моделированию взаимодействия университетов [13].

Однако среди существующих работ нет достаточного количества исследований, посвященных моделированию региональных систем образования с учетом их специфики. В данной статье предлагается построить математическую модель, относящуюся ко второй группе, и с ее помощью сформулировать алгоритм расчета стратегии развития образовательной системы. К анализу проблемы предлагается подойти с позиций теории графов и теории оптимальных процессов.

*Построение математической модели функционирования системы образования*

За основу для построения взята модель социальной системы [3] и предложена модификация модели, описанной в работе [5].

Принимая во внимание наличие необходимых для исследования данных, представим структуру системы образования в виде совокупности взаимосвязанных классов:  $C_1$  – об-

щее образование (далее – ОО);  $C_2$  – среднее профессиональное образование (далее – СПО);  $C_3$  – высшее образование (далее – ВО);  $C_4$  – класс людей, которые закончили одну из ступеней образования и не пошли учиться дальше либо не достигли возраста для получения общего образования.

Пусть система функционирует на протяжении периода времени  $[0, T]$ , разбитого точками  $0, 1, 2, \dots, T$ , где шаг – отрезок, равный году. Структуру системы представим в виде ориентированного графа, изображенного на Рисунке. Наличие дуги  $(i, j)$  определяет возможность перехода между классами с номерами  $i$  и  $j$ . Считается, что на переход человека из класса в класс влияет распределение бюджетных средств по различным сферам финансирования.

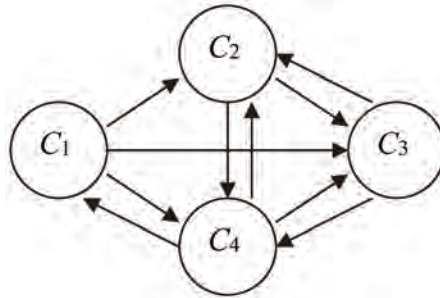


Рисунок. Структура системы образования

Пусть  $x_i(t)$  – численность людей в классе  $C_i$  в год  $t$ ;  $f_{ij}(u(t))$  – численность людей класса  $C_j$ , переходящих в класс  $C_i$ , где  $u(t) = (u_1(t), \dots, u_8(t))$  – вектор денежных отчислений в различные сферы:  $u_1$  – культура и кинематография,  $u_2$  – национальная экономика,  $u_3$  – ОО,  $u_4$  – СПО,  $u_5$  – ВО,  $u_6$  – профессиональная переподготовка,  $u_7$  – социальное обслуживание населения,  $u_8$  – социальное обеспечение населения.

Модель функционирования системы образования представим в следующем виде:

$$x_i(t) = x_i(t-1) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^4 a_{ji} f_{ji}(u(t)) - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^4 a_{ij} f_{ij}(u(t)) + \gamma_i y(t), \quad i=1, \dots, 4, t=1, \dots, T, \quad (1)$$

$$x_i(0) = x_i^0, \quad i=1, \dots, 4, \quad (2)$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^4 f_{ij}(u(t)) \leq x_i(t-1), \quad i=1, \dots, 4, t=1, \dots, T, \quad (3)$$

$$f_{ij}(u(t)) \geq 0, \quad i \neq j, \quad i, j=1, \dots, 4, t=1, \dots, T, \quad (4)$$

$$\mu_k^t \leq u_k(t) \leq \delta_k^t, \quad k=1, \dots, 8, t=1, \dots, T, \quad (5)$$

$$\alpha_i^t \leq x_i(t) \leq \beta_i^t, \quad i=1, \dots, 4, t=1, \dots, T, \quad (6)$$

$$J(x^0, u) = \sum_{t=1}^T (f_{12}(u(t)) - \lambda f_{13}(u(t)))^2 \rightarrow \min_{u(\cdot) \in U}. \quad (7)$$

Модель (1)–(7) – это задача оптимального управления с дискретным временем; (1) – уравнение динамики для расчета численности людей в классе  $C_i$  в момент  $t$ , где  $y(t)$  – прирост населения, определяемый при помощи статистических данных региона; (2) – состояние системы в начальный момент времени, которое описывается численностью людей в каждом классе. Соотношение (3) вводится для отслеживания того факта, что из каждого класса не может выйти учащихся больше, чем в нем находится. Неравенство (4) показывает, что количество людей, переходящих из класса в класс в каждый момент времени, не может быть отрицательным. Ограничения (5) и (6) задают верхние и нижние границы финансирования каждой из сфер и численности объектов в каждом классе соответственно. Критерий (7) отражает минимизацию диспропорции между количеством абитуриентов в учреждениях СПО и ВО, где  $\lambda$  – коэффициент пропорциональности;  $U$  – множество допустимых управлений в (1)–(7);  $u(\cdot) = \{u(1), \dots, u(T)\}$  – управление.

*Алгоритм построения стратегии финансирования*

Для решения задачи (1)–(7) сформулируем следующий алгоритм.

1. Определение вида зависимостей  $f_{ij}(u(t))$  на основе статистических данных региона методами регрессионного анализа.

2. Определение констант  $\lambda$ ,  $T$ ,  $\mu_k^t$ ,  $\delta_k^t$ ,  $\alpha_i^t$ ,  $\beta_i^t$ ,  $k=1, \dots, 8$ ,  $i=1, \dots, 4$ ,  $t=1, \dots, T$  (в том числе экспертным путем).

3. Определение начального состояния (2) из статистических данных региона.

4. Методом исключения фазовых переменных сведение (1)–(7) к статической оптимизационной задаче.

5. Определение оптимальных значений параметров  $u(\cdot) = \{u(1), \dots, u(T)\}$  с помощью пакета поиска решения MS Excel на рассматриваемом отрезке времени.

*Расчет оптимальных управлений на основе статистических данных РФ*

Для проведения расчетов использовались данные по расходам бюджета РФ, численности обучающихся на каждой ступени образования и числе переходов между ступенями, а также движению населения, взятые из официальных источников, например, [10].

Для реализации первого шага приведенного алгоритма в качестве зависимой переменной использовалась численность переходов из класса в класс, а в качестве факторной – расходы бюджета по статьям. Вид функций  $f_{ij}(u(t))$  был определен с помощью инструмента множественной регрессии пакета Statistica, при этом применялась процедура пошаговой регрессии с включением. В результате были получены следующие зависимости:

$$\begin{aligned} f_{12}(u) &= 15,37u_7 + 357,62; & f_{13}(u) &= 0,04u_1 + 9,21u_2 + 3,82u_6 + 77,44; \\ f_{14}(u) &= 0,03u_3 + 0,45u_5 + 0,06u_8 + 16,07; \\ f_{23}(u) &= 5,84u_1 + 8,31u_7 + 139,80; & f_{24}(u) &= 9,17u_1 + 13,05u_8 + 219,58; \\ f_{34}(u) &= 0,03u_4 + 17,90u_7 + 747,20; \\ f_{41}(u) &= 34,04u_7 + 1192,46; & f_{42}(u) &= 30,78u_7 + 858,66; \\ f_{43}(u) &= 8,35u_7 + 1088,54. \end{aligned} \quad (8)$$

Для реализации второго шага алгоритма предположим, что горизонт планирования – 6 лет, то есть  $T = 6$ . Значение  $\lambda$  определим по формуле

$$\lambda = \sum_{t=1}^T \frac{f_{12}(u(t))}{f_{13}(u(t))},$$

где в качестве  $u(t)$  рассматривались реальные значения бюджетных отчислений за период 2013–2018 годов. Значение  $\lambda$  составило 5,52.

Для определения констант неравенства (5) для каждой сферы были определены граничные значения фактических расходов за рассматриваемый период времени. Ограничения сверху на численность классов не вводились. Нижняя граница принималась равной нулю.

На третьем шаге в качестве начального состояния системы была взята численность в классах в 2012 году, тыс. чел.:

$$x_1(0) = 15219 ; x_2(0) = 2852 ; x_3(0) = 4498 ; x_4(0) = 123975.$$

На четвертом этапе задача (1)–(7) была сведена к задаче математического программирования, где в качестве неизвестных выступают  $u_k(t)$ ,  $k = 1, \dots, 8, t = 2013, \dots, 2018$ , в качестве целевой функции – выражение (7), а соотношения (1)–(6) играют роль ограничений.

На пятом этапе для реализации расчетов было построено начальное приближение для финансирования, которое удовлетворяло ограничениям. Оптимальные величины расходов приведены в Таблице 1.

Таблица 1

**Расчетные значения расходов бюджета РФ по статьям, млрд руб.**

Статья бюджета	2013 г.	2014 г.	2015 г.	2016 г.	2017 г.	2018 г.
Культура и кинематография	87,3	87,3	87,3	87,3	87,3	87,3
Национальная экономика	3062,9	3062,9	3062,9	3062,9	3062,9	3062,9
Социальное обслуживание населения	9,9	10,4	10,2	11,9	13,3	17,8
Социальное обеспечение населения	828,7	856,2	965,9	851,9	941,2	994,1
ОО	1329,2	1414,7	1405,9	1488,4	1329,5	1471,7
СПО	197,4	201,8	197,8	199,8	211,2	251,6
ВО	512,5	519,7	517,1	505,3	511	554,2
Профессиональная переподготовка	33	33	33	33	33	33

Таким образом, найден оптимальный для финансирования образования вариант распределения расходов бюджета РФ. Далее проведем аналогичные расчеты для конкретного региона и сравним результаты.

*Расчет оптимальных управлений на основе статистических данных  
Новосибирской области*

Для проведения расчетов по Новосибирской области использовались данные, взятые из [9].

Зависимости  $f_{ij}(u(t))$  получены в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 f_{12}(u) &= 0,0005u_3 + 2,69; f_{13}(u) = 0,02u_5 + 9,10; f_{14}(u) = 0,00004u_5 + 1,19; \\
 f_{23}(u) &= 0,0007u_7 + 1,17; f_{24}(u) = 0,001u_7 + 1,84; f_{34}(u) = 0,0001u_8 + 14,39; \\
 f_{41}(u) &= 0,0003u_8 + 23,98; f_{42}(u) = 0,0006u_1 + 0,04u_5 + 0,04u_6 + 23,18; \\
 f_{43}(u) &= 0,0005u_2 + 0,004u_4 + 39,39.
 \end{aligned} \tag{9}$$

Здесь в качестве переменной  $u_1$  выступают расходы по статье «Здравоохранение».

Значение  $\lambda$  составило 5,38.

Начальное состояние системы в 2012 году

$$x_1(0) = 288; x_2(0) = 39; x_3(0) = 110; x_4(0) = 2325.$$

Полученные оптимальные величины расходов приведены в Таблице 2.

Таблица 2

**Расчетные значения расходов бюджета Новосибирской области по статьям, млн руб.**

Статья бюджета	2013 г.	2014 г.	2015 г.	2016 г.	2017 г.	2018 г.
Здравоохранение	17782,52	18621,66	20183,65	19450,79	7821,86	9549,16
Национальная экономика	18106,84	19290,38	18044,37	20118,62	21095,39	24136,85
Социальное обслуживание населения	2728,9	2730,25	2632,44	2861,99	3086,3	3399,7
Социальное обеспечение населения	14632,21	15861,31	16144,41	19549,84	30551,27	31947,42
ОО	18947,68	18947,68	18947,68	18947,68	18947,68	18947,68
СПО	3316,22	3388,61	3929,67	3389,43	3604,66	3498,14
ВО	72,38	72,38	72,38	72,38	72,38	72,38
Профессиональная переподготовка	116,22	118,12	109,34	104,9	224,75	236,07

Таким образом, был найден оптимальный для финансирования образования вариант распределения расходов бюджета Новосибирской области.

*Анализ полученных результатов*

Перед анализом полученных результатов по расходам бюджета РФ в целом и отдельно по Новосибирской области сравним зависимости (8) и (9) для численностей людей, переходящих из класса в класс, от расходов бюджета.

Рассмотрим сначала переходы из организаций общего образования в другие классы модели. Численность переходов в организации СПО в РФ зависит от расходов на социальное обслуживание населения, тогда как в Новосибирской области – от финансирования общего образования. Для переходов в учреждения ВО по РФ наблюдается зависимость от расходов на профессиональную переподготовку, национальную экономику и культуру, в то время как в Новосибирской области – от финансирования высшего образования. Для численности переходов в класс людей, не занятых в образовательном процессе, в анализе данных по РФ наблюдается зависимость от таких статей расходов, как «Высшее образование», «Социальное обеспечение населения» и «Общее образование», тогда как в Новосибирской области – только от расходов на высшее образование.

Далее проанализируем переходы из класса обучающихся в учреждениях СПО в оставшиеся классы. Численность людей, переходящих в организации ВО, в РФ зависит от фи-

нансирования социального обслуживания населения и культуры, а в Новосибирской области – только социального обслуживания населения. Количество переходов в класс не занятых в образовательном процессе в РФ зависит от расходов на социальное обеспечения населения и культуру, а в Новосибирской области – только на социальное обслуживание населения.

При переходе из класса обучающихся в учреждениях ВО в класс людей, не занятых в образовательном процессе, по РФ наблюдается зависимость от расходов на СПО и ВО, а по Новосибирской области – на социальное обеспечение населения.

Наконец, рассмотрим переходы из последнего класса не занятых в образовательном процессе в три других возможных класса. Для переходов в организации общего образования по РФ наблюдается зависимость от расходов на социальное обслуживание населения, а в Новосибирской области – на социальное обеспечение населения. Численность переходов в учреждения СПО, по данным о расходах бюджета РФ, зависит от финансирования социального обслуживания населения, в то время как в Новосибирской области – от высшего образования, здравоохранения и профессиональной переподготовки. Переход в организации ВО для РФ зависит от финансирования социального обслуживания населения, в Новосибирской области – от национальной экономики и СПО.

Сравнив соотношения (8) и (9), полученные для РФ и для Новосибирской области, можно сделать вывод, что совпадений между факторами, от которых зависит численность переходов между классами, не наблюдается. По отдельным статьям расходов это можно заметить только в случае переходов  $f_{14}$  из класса обучающихся в общеобразовательных учреждениях в класс людей, не занятых в образовательном процессе, и  $f_{23}$  – из класса обучающихся в учреждениях СПО в класс обучающихся в ВО. В первом случае таким фактором являются расходы на высшее образование, во втором – на социальное обслуживание населения. Кроме того, можно заметить, что в целом по РФ одним из важных факторов, влияющих на повышение уровня образования, являются расходы на социальное обслуживание населения, а также по статье «Культура и кинематография». Для Новосибирской области таким фактором являются расходы на высшее профессиональное образование наряду с финансированием социального обслуживания и социального обеспечения населения.

Сравним полученные значения расходов бюджета с фактическими данными. Для РФ результаты приведены в Таблице 3.

Таблица 3

**Разность между фактическими расходами бюджета РФ по статьям и полученными расчетными данными, млрд руб.**

Статья бюджета	2013 г.	2014 г.	2015 г.	2016 г.	2017 г.	2018 г.
Культура и кинематография	7,5	10,5	2,6	0	2,4	7,6
Национальная экономика	-1213,6	0	-738,7	-760,8	-602,8	-660,8
Профессиональная переподготовка	-15,5	-11,9	-13,5	-12	-9,1	0

Отрицательные значения между фактическими расходами и расчетными свидетельствуют о том, что эти расходы следовало бы увеличить. Строки с нулевыми значениями в таблице не приведены.

На основании Таблицы 3 можно сделать следующие выводы.

1. Расходы по статье «Культура и кинематография» можно сократить в пределах диапазона, приведенного в Таблице 3.

2. Расходы в сферы национальной экономики и профессиональной переподготовки следует увеличить.

3. Остальные статьи расходов бюджета РФ соответствуют оптимальным значениям.

Результаты сопоставления фактических и расчетных данных для Новосибирской области приведены в Таблице 4.

Таблица 4

**Разность между фактическими расходами бюджета Новосибирской области и полученными расчетными данными, млн руб.**

Статья бюджета	2013 г.	2014 г.	2015 г.	2016 г.	2017 г.	2018 г.
ОО	- 4486,5	-4286,9	-4754,9	-2697,0	-3016,7	0
ВО	58,8	68,0	4,7	0	12,8	28,7

На основании данных Таблицы 4 можно сделать следующие выводы.

1. Расходы в сферу ОО следует увеличить в пределах суммы, приведенной в Таблице 4.

2. Расходы в сферу ВО можно сократить.

3. Остальные статьи расходов бюджета Новосибирской области соответствуют оптимальным значениям.

#### Выводы

Таким образом, для определения оптимального варианта финансирования образования следует проводить расчеты по каждому региону в отдельности, так как в них поток финансов и учащихся индивидуален.

Необходимо отметить, что полученные численные значения расходов бюджета сильно зависят от тех исходных предположений, которые вводятся при реализации второго этапа предложенного алгоритма. Кроме того, при определении оптимальных расходов по статьям, связанным не только с образовательной деятельностью («Национальная экономика», «Культура и кинематография», «Здравоохранение» и др.) необходимо учитывать, что они оказывают влияние и на другие сферы устойчивого развития общества.

Исходя из проведенного исследования особое внимание при планировании бюджета следует обратить на финансирование социального обслуживания населения, которое имеет значимое влияние на численность переходов между различными классами системы образования как на федеральном, так и на региональном уровне. Также при дальнейшем планировании бюджета на уровне РФ необходимо сделать акцент на расходы в сферах национальной экономики, культуры и кинематографии, профессиональной переподготовки, а на уровне Новосибирской области – в сферах общего и высшего профессионального образования.

#### Литература

1. Алгазин Г.И., Чудова О.В. Информационные технологии комплексной оценки компетентности выпускника вуза // Вестник НГУ. Серия: Информационные технологии. 2009. Т. 7. Вып. 3. С. 70–78.
2. Жолудева В.В. Эконометрическое моделирование системы высшего образования Ярославской области // Открытое образование. 2018. Т. 22, No. 4. С. 12–20.



3. Злобина С.Л. Исследование математических моделей равновесного и стабильного развития социальных систем: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 05.13.18. Кемерово, 2003. 185 с.
4. Зыкин С.В., Кукин А.В. Построение математической модели учебного процесса для долгосрочного планирования // Математические структуры и моделирование. 2002. No. 2 (10). С. 77–86.
5. Косенкова М.В., Чернова Е.С. Исследование системы образования региона при помощи математического моделирования в контексте устойчивого развития // Вестник Кемеровского государственного университета. 2011. No. 3 (47). С. 69–76.
6. Махныткина О.В. Моделирование и оптимизация индивидуальной образовательной траектории студента // Известия Алтайского государственного университета. 2013. No. 1-2. С. 80–83.
7. Мешечкин В.В., Косенкова М.В. Построение имитационной модели функционирования системы регионального образования // Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ–2015): материалы XIV Международной конференции имени А. Ф. Терпугова. 2015. С. 68–71.
8. Мицель А.А., Черняева Н.В. Междисциплинарные связи учебного плана на основе коэффициентов ранговой корреляции Спирмена // Качество. Инновации. Образование. 2016. No. 11. С. 12–18.
9. Территориальный орган Федеральной службы государственной статистики по Новосибирской области [Электронный ресурс]. URL: <https://novosibstat.gks.ru/folder/31848/> (дата обращения: 10.02.2022).
10. Федеральная служба государственной статистики [Электронный ресурс]. URL: <https://rosstat.gov.ru/folder/12781/> (дата обращения: 21.02.2022).
11. Чуйко А.В. Математические методы в педагогике как условие совершенствования качества образования: автореф. дис. ... канд. пед. наук. Смоленск, 2006. 19 с.
12. Ganiev E. (2019) Mathematical modeling of the regional system of professional education in the Republic of Uzbekistan // European Research: Innovation in Science, Education and Technology XLIX International Correspondence Scientific and Practical Conference, pp. 10–12.
13. Konyukhovskiy P., Olkhovik A., Alipov A. (2019) Methods of analysis of the processes of competition and cooperation of higher educational institutions in the modern economic situation. *Advances in Economics, Business and Management Research*, vol. 104, pp. 134–142.

## References

1. Algazin G.I., Chudova O.V. (2009) *Informacionnye tekhnologii kompleksnoj ocenki kompetentnosti vypusknika vuza* [Information technologies for a comprehensive assessment of the competence of a university graduate]. *Vestnik NGU. Seriya Informacionnye tekhnologii*, vol. 7, Vyp. 3, pp. 70–78 (in Russian).
2. Zholudeva V.V. (2018) *Ekonometricheskoe modelirovanie sistemy vysshego obrazovaniya Yaroslavskoj oblasti* [Econometric modeling of the system of higher education in the Yaroslavl region] *Otkrytoe obrazovanie*, vol. 22, No. 4, pp. 12–20 (in Russian).
3. Zlobina S.L. (2003) *Issledovanie matematicheskikh modelej ravnovesnogo i stabil'nogo razvitiya social'nyh sistem* [Research of mathematical models of equilibrium and stable development of social systems]: PhD thesis. Kemerovo, 185 p. (in Russian).
4. Zykin S.V., Kukin A.V. (2002) *Postroenie matematicheskoy modeli uchebnogo processa dlya dolgosrochnogo planirovaniya* [Building a mathematical model of the educational process for long-term planning]. *Matematicheskie struktury i modelirovanie*, No. 2 (10), pp. 77–86 (in Russian).
5. Kosenkova M.V., Chernova E.S. (2011) *Issledovanie sistemy obrazovaniya regiona pri pomoshchi matematicheskogo modelirovaniya v kontekste ustojchivogo razvitiya* [Study of the Education System

- of the Region Using Mathematical Modeling in the Context of Sustainable Development]. *Vestnik Kemerovskogo gosudarstvennogo universiteta*, No. 3 (47), pp. 69–76 (in Russian).
6. Mahnytkina O.V. (2013) *Modelirovanie i optimizaciya individual'noj obrazovatel'noj traektorii studenta* [Modeling and optimization of a student's individual educational trajectory] *Izvestiya Altajskogo gosudarstvennogo universiteta*, No. 1-2, pp. 80–83 (in Russian).
7. Meshechkin V.V., Kosenkova M.V. (2015) *Postroenie imitacionnoj modeli funkcionirovaniya sistemy regional'nogo obrazovaniya* [Building a simulation model for the functioning of the regional education system]. *Informacionnye tekhnologii i matematicheskoe modelirovanie (ITMM–2015): Materialy XIV Mezhdunarodnoj konferencii imeni A. F. Terpugova* [Information Technology and Mathematical Modeling (ITMM–2015): Proc. of the KhIV International Conference named after A.F. Terpugov], pp. 68–71 (in Russian).
8. Micel' A.A., Chernyaeva N.V. (2016) *Mezhdisciplinarnye svyazi uchebnogo plana na osnove koefficientov rangovoj korrelyacii Spirmena* [Interdisciplinary Curriculum Links Based on Spearman's Rank Correlation Coefficients]. *Kachestvo. Innovacii. Obrazovanie*, No. 11, pp. 12–18 (in Russian).
9. *Territorial'nyj organ Federal'noj sluzhby gosudarstvennoj statistiki po Novosibirskoj oblasti* [Territorial body of the Federal State Statistics Service for the Novosibirsk Region]. Available at: <https://novosibstat.gks.ru/folder/31848/> (date of the application: 10.02.2022) (in Russian).
10. *Federal'naya sluzhba gosudarstvennoj statistiki* [Federal State Statistics Service]. Available at: <https://rosstat.gov.ru/folder/12781/> (date of the application: 21.02.2022) (in Russian).
11. Chujko L.V. (2006) *Matematicheskie metody v pedagogike kak uslovie sovershenstvovaniya kachestva obrazovaniya: avtoreferat dissertacii* [Mathematical methods in pedagogy as a condition for improving the quality of education: dissertation abstract]. Smolensk, 19 p. (in Russian).
12. Ganiev E. (2019) Mathematical modeling of the regional system of professional education in the Republic of Uzbekistan. *European Research: Innovation in Science, Education and Technology XLIX International Correspondence Scientific and Practical Conference*, pp. 10–12.
13. Konyukhovskiy P., Olkhovik A., Alipov A. (2019) Methods of analysis of the processes of competition and cooperation of higher educational institutions in the modern economic situation. *Advances in Economics, Business and Management Research*, vol. 104, pp. 134–142.